

2012年薬学部(前期)第2問

2 二次方程式 $x^2 - 4x + 1 = 0$ の解を α, β ($\alpha < \beta$) とする.

(1) 次の積分

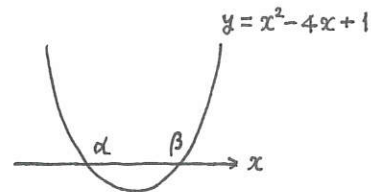
$$\int_{\alpha}^{\beta} |x^2 - 4x + 1| dx$$

の値を求めなさい.

(2) 次の積分

$$\int_0^5 |x^2 - 4x + 1| dx$$

の値を求めなさい.

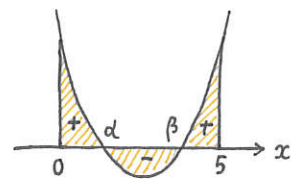


(1) $\alpha \leq x \leq \beta$ において、右図より、 $x^2 - 4x + 1 \leq 0$ なので

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= \int_{\alpha}^{\beta} -(x^2 - 4x + 1) dx \\ &= -\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx \\ &= \frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3 \\ &= \frac{1}{6} \left(\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} - \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} \right)^3 \\ &= \underline{4\sqrt{3}} \text{ ,,} \end{aligned}$$

(2) $\alpha = 2 - \sqrt{3}$, $\beta = 2 + \sqrt{3}$ より, $0 < \alpha < \beta < 5$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{与式}) &= \int_0^5 x^2 - 4x + 1 dx + 2 \int_{\alpha}^{\beta} |x^2 - 4x + 1| dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + x \right]_0^5 + 2 \cdot 4\sqrt{3} \\ &= \frac{125}{3} - 50 + 5 + 8\sqrt{3} \\ &= \underline{8\sqrt{3} - \frac{10}{3}} \text{ ,,} \end{aligned}$$



↑
 いったんマイナスのまま
 足しておいて、後から
 2つ分くわえると。
 計算が速い!
 (1) が便え3)