愛知学院大学

2011年 歯・薬学部（前期）第4問

$\boxed{4}$ x の3次関数 $y=x^3+px^2+qx+r$ のグラフは放物線 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ と相異なる3点 A(4, 4), B(−2, 1), C(x_0, y_0) で交わり，直線 AB と直線 BC は直交するとする．

(1) このとき x_0 と y_0 を求めなさい．

(2) このとき p, q, r を求めなさい．

(1) AB⊥BC より $\dfrac{4-1}{4-(-2)}\cdot\dfrac{y_0-1}{x_0-(-2)}=-1$

$\therefore\ 2x_0+y_0=-3 \cdots ①$

C(x_0, y_0) は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上の点より

$y_0=\frac{1}{4}x_0^2 \quad \cdots ②$

①, ② より. $x_0^2+8x_0+12=0$

$(x_0+2)(x_0+6)=0$

B≠C より. $x_0\neq-2$ であるから $\underline{x_0=-6,\ y_0=9}$ //

(2) $x^3+px^2+qx+r-\frac{1}{4}x^2=0 \iff x^3+(p-\frac{1}{4})x^2+qx+r=0$

解と係数の関係より

$$\begin{cases} -p+\frac{1}{4}=4+(-2)+(-6) \\ q=4\cdot(-2)+4\cdot(-6)+(-2)\cdot(-6) \\ -r=4\cdot(-2)\cdot(-6) \end{cases}$$

よって，$\underline{p=\dfrac{17}{4},\ q=-20,\ r=-48}$ //