

2012年文系第2問

2 x, y, z に関する一次方程式

$$3x + 2y - z = 2x - 3y + 5z = 4x + 4y - 2z$$

が成り立つとし、 x, y, z はいずれも0でないとする。

(1) x と y を z で表しなさい。(2) $\frac{x^2 - y^2 + z^2}{xy + yz - zx}$ の値を求めなさい。

$$(1) 3x + 2y - z = 2x - 3y + 5z \text{より} \quad x + 5y - 6z = 0 \cdots ①$$

$$3x + 2y - z = 4x + 4y - 2z \text{より} \quad x + 2y - z = 0 \cdots ②$$

$$\begin{aligned} ① - ② \text{より} \quad 3y - 5z = 0 \quad \therefore y = \frac{5}{3}z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ② \text{に代入して} \quad x = -\frac{7}{3}z \end{aligned}$$

$$(2) (\text{分子}) = \frac{\frac{49}{9}z^2 - \frac{25}{9}z^2 + z^2}{-\frac{7}{3}z \cdot \frac{5}{3}z + \frac{5}{3}z^2 + \frac{7}{3}z^2}$$

$$= \frac{\frac{33}{9}}{-\frac{35}{9} + \frac{5}{3} + \frac{7}{3}}$$

$$= \frac{33}{-35 + 15 + 21}$$

$$= \frac{33}{-21}$$