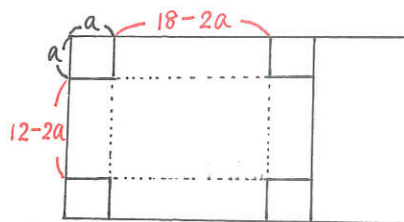


2016年文系第4問

4 縦12cm, 横18cmの長方形の厚紙の四隅から一辺の長さが a cmの正方形を切り取り, ふたのない直方体の箱を作ります. この直方体の体積を V cm³としたとき, 次の問に答えなさい.

- (1) 体積 V を a の式で表しなさい.
- (2) 体積 V が最大となる a を求めなさい.
- (3) V の最大値を求めなさい.

(1) 右図より



$$V = (18-2a)(12-2a) \cdot a$$

$$= \underline{4a^3 - 60a^2 + 216a} \quad (0 < a < 6)$$

$$(2) V' = 12a^2 - 120a + 216$$

$$= 12(a^2 - 10a + 18)$$

$$\therefore V' = 0 \text{ となるのは } a = 5 \pm \sqrt{7} \text{ のとき}$$

$$0 < a < 6 \text{ より } a = 5 - \sqrt{7} \text{ のとき}$$

a	(0)	...	$5 - \sqrt{7}$...	(6)
V'		+	0	-	
V		↗		↘	

増減表より, V が最大となるのは $a = 5 - \sqrt{7}$ "

$$(3) a = 5 - \sqrt{7} \text{ とおくと } a^2 - 10a + 18 = 0 \quad \therefore \underline{a^2 = 10a - 18}$$

これを使って次数下げを行う.

$$V_{\max} = 4(a^3 - 15a^2 + 54a)$$

$$= 4(10a^2 - 18a - 15a^2 + 54a)$$

$$= 4(-5a^2 + 36a)$$

$$= 4(-50a + 90 + 36a)$$

$$= 360 - 56(5 - \sqrt{7})$$

$$= \underline{80 + 56\sqrt{7}} \quad "$$