



2011年 歯・薬学部 (前期) 第3問

3 $f(\theta) = -\sin^2 \theta + 2\sqrt{3} \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の最大値, 最小値と, そのときの θ の値を求めなさい.

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta, \quad \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \text{ より,}$$

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \sqrt{3} \sin 2\theta + \cos 2\theta \\ &= 2 \left(\sin 2\theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos 2\theta \cdot \frac{1}{2} \right) \\ &= 2 \sin \left(2\theta + \frac{\pi}{6} \right) \end{aligned}$$

$$0 \leq \theta < 2\pi \text{ より, } \frac{\pi}{6} \leq 2\theta + \frac{\pi}{6} < \frac{25}{6}\pi$$

\therefore 最大値 2 ($\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{7}{6}\pi$ のとき)

最小値 -2 ($\theta = \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$ のとき)

最大となるのは, $2\theta + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi$

すなわち, $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{7}{6}\pi$

最小となるのは, $2\theta + \frac{\pi}{6} = \frac{3}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi$

すなわち, $\theta = \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$