

2013年文系第2問

 数理  
石井K

2 次の問いに答えよ.

(1) 放物線  $y = ax^2 + bx + c$  が3点  $(1, 1)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(-1, 1)$  を通るとき,  $a, b, c$  の値を求めよ.(2) 2次関数  $y = ax^2 + 4ax + b$  が  $-1 \leq x \leq 2$  において最大値5, 最小値1をとるとき,  $a, b$  の値を求めよ.(1)  $(1, 1)$  を通ることから.  $1 = a + b + c \dots \textcircled{1}$  $(2, 3)$  を通ることから.  $3 = 4a + 2b + c \dots \textcircled{2}$  $(-1, 1)$  を通ることから.  $1 = a - b + c \dots \textcircled{3}$  $\textcircled{1} - \textcircled{3}$  より.  $b = 0$ ,  $\textcircled{2} - \textcircled{1}$  より.  $2 = 3a + b \therefore a = \frac{2}{3}$  とき.  $\textcircled{1}$  より  $c = \frac{1}{3}$ 

$$\therefore a = \frac{2}{3}, b = 0, c = \frac{1}{3}$$

(2)  $y = a(x^2 + 4x) + b$  ( $a \neq 0$ )

$$= a(x+2)^2 - 4a + b \quad \therefore \text{頂点}(-2, -4a+b)$$

(i)  $a > 0$  のとき.

$$\text{最大値は } x=2 \text{ のとき. } 4a + 8a + b = 5 \dots \textcircled{4}$$

$$\text{最小値は } x=-1 \text{ のとき. } a - 4a + b = 1 \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ より. } a = \frac{4}{15}, b = \frac{9}{5} \quad \text{これは } a > 0 \text{ をみたす.}$$

(ii)  $a < 0$  のとき.

$$\text{最大値は } x=-1 \text{ のとき. } -3a + b = 5 \dots \textcircled{6}$$

$$\text{最小値は } x=2 \text{ のとき. } 12a + b = 1 \dots \textcircled{7}$$

$$\textcircled{6}, \textcircled{7} \text{ より. } a = -\frac{4}{15}, b = \frac{21}{5}$$

これは  $a < 0$  をみたす.

$$\therefore (a, b) = \left(\frac{4}{15}, \frac{9}{5}\right), \left(-\frac{4}{15}, \frac{21}{5}\right)$$

