



2015年 理工学部 第2問

2 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$ ,  $\{d_n\}$  は, 初項がそれぞれ  $a_1 = a$ ,  $b_1 = b$ ,  $c_1 = c$ ,  $d_1 = d$  で与えられ, 漸化式

$$a_{n+1} = 2a_n + b_n, \quad b_{n+1} = a_n + 2b_n, \quad c_{n+1} = 2c_n + d_n, \quad d_{n+1} = c_n + 2d_n$$

を満たす. ただし,  $a, b, c, d$  は  $\frac{c}{a} < \frac{d}{b}$  を満たす正の数とする.

- (1)  $\frac{c}{a} < \frac{c+d}{a+b} < \frac{d}{b}$  が成り立つことを証明せよ.
- (2) すべての自然数  $n$  について  $\frac{c_n}{a_n} < \frac{d_n}{b_n}$  が成り立つことを, 数学的帰納法によって証明せよ.
- (3)  $a = 2, b = 1$  のとき, 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ.