



2015年 経済学部 第1問

1 原点を中心とする半径1の円Oの上に、3点A(0, 1), $B(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$, $C(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ をとる。線分ACの中点をM, 線分BCの中点をNとする。2点M, Nを通る直線が円Oと交わる2点のうち、Nに近い方の交点をQとする。このとき、線分NQの長さを求めよ。

$$M(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4}), N(0, -\frac{1}{2})$$

$$\therefore \text{直線MN: } y = \frac{\frac{1}{4} - (-\frac{1}{2})}{\frac{\sqrt{3}}{4} - 0} x - \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \sqrt{3}x - \frac{1}{2}$$

$$\text{円O: } x^2 + y^2 = 1 \text{ に代入して}$$

$$x^2 + (\sqrt{3}x - \frac{1}{2})^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - \sqrt{3}x - \frac{3}{4} = 0$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{3 + 4 \cdot 4 \cdot \frac{3}{4}}}{8}$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{15}}{8}$$

$$N \text{ に近い方が } Q \text{ なので, } Q\left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{15}}{8}, -\frac{1 + 3\sqrt{5}}{8}\right)$$

直線MNの傾きが $\sqrt{3}$ なので、右図のようになる。

$$\therefore \frac{\frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{8}}{NQ} = \cos 60^\circ$$

$$\therefore NQ = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{4}$$

