

2018年文系F日程第5問

5  $t, a$  は実数とする.  $xy$  平面上に次の方程式で表される2つの放物線がある.

$$y = x^2 - 6x + 13$$

$$y = -x^2 + 4tx - 4t^2 + a$$

このとき, 以下の問に答えよ.

- (1) 2つの放物線がただ1点を共有する場合を考える.  $a$  を  $t$  で表せ. また,  $a$  が最小となるときの  $t$ , および, そのときの  $a$  の値を求めよ.

以下  $a = 2t + 3$  とし, 2つの放物線が異なる2点で交わる場合を考える. それら2つの交点の  $x$  座標をそれぞれ  $x_1$  と  $x_2$  (ただし,  $x_1 < x_2$ ) とすると, 2つの放物線で囲まれた部分の面積  $S$  は,

$$S = \frac{(x_2 - x_1)^3}{3}$$

となる.

- (2)  $t$  の取り得る値の範囲を求めよ.  
(3)  $1 \leq t \leq \frac{5}{2}$  のとき,  $S$  の取り得る値の範囲を求めよ.