

2017年第2問

2 数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = \frac{1}{4}$ および、関係式

$$\log_2 \frac{a_n}{a_{n+1}} = 2 + \log_2 \frac{n+1}{n}$$

を満たしている。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) a_3 を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $S_n = \sum_{k=1}^n k^2 a_k$ を求めよ。

(4) (3) の S_n について、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。ただし、 $h > 0$ のとき、任意の自然数 n に対して $(1+h)^n \geq$

$$1 + nh + \frac{n(n-1)}{2} h^2 \text{ が成り立つことを用いてよい。}$$