

2018年第3問

3  $n$  を自然数,  $e$  を自然対数の底とし,

$$F_n = \lim_{s \rightarrow \infty} \int_0^s e^{-t} t^{n-1} dt, \quad G_n = \lim_{s \rightarrow \infty} \int_0^s e^{-nt} t^n dt$$

とする. このとき, 以下の問いに答えよ. ただし,  $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s^n}{e^s} = 0$  が成り立つことは, 証明なしに用いてよい.

- (1)  $F_1$  を求めよ.
- (2)  $F_{n+1}$  を  $n$  と  $F_n$  を用いて表せ.
- (3)  $F_{n+1}$  を  $n$  のみを用いて表せ.
- (4)  $G_n$  を  $n$  のみを用いて表せ.
- (5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} G_n$  を求めよ.