

2013年第2問

2 座標平面上で、原点 O を始点とし第 1 象限の点 A を通る半直線 OA と x 軸の正の向きとのなす角を θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とする。点 B は x 軸上にあり、 $|\overrightarrow{OB}| = b$, $|\overrightarrow{OA}| = a$ とする。原点 O から直線 AB に下ろした垂線と直線 AB との交点を P とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AP} = t\overrightarrow{AB}$ とおく。 $\overrightarrow{OP} = t\overrightarrow{OB} + (1-t)\overrightarrow{OA}$ であることを示し、 t を a, b, θ で表せ。
- (2) θ を固定し $b = 1$ とする。点 P が線分 AB 上に存在するような a の値の範囲を求めよ。
- (3) (2) において、 $\triangle OAB$ の面積の最大値を求めよ。
- (4) (2) において、 $\theta = \frac{\pi}{3}$ とする。面積が最大となる $\triangle OAB$ は直角三角形であることを示せ。