

2017年第2問

2 数列  $\{a_n\}$  が  $a_1 = \frac{1}{4}$  および、関係式

$$\log_2 \frac{a_n}{a_{n+1}} = 2 + \log_2 \frac{n+1}{n}$$

を満たしている。このとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $a_3$  を求めよ。

(2) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

(3)  $S_n = \sum_{k=1}^n k^2 a_k$  を求めよ。

(4) (3) の  $S_n$  について、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を求めよ。ただし、 $h > 0$  のとき、任意の自然数  $n$  に対して  $(1+h)^n \geq$

$$1 + nh + \frac{n(n-1)}{2} h^2$$
 が成り立つことを用いてよい。