

2011年工学部第3問

3 実数 $p > 0$ と関数 $f(x) = x^3 - x$ がある. 2 曲線 $C_1 : y = f(x)$, $C_2 : y = f(x + p) - p$ について, 次に答えよ.

- (1) 曲線 C_1 と C_2 が共有点を 2 個もつときの p の範囲を求めよ.
(2) 実数 α, β に対して

$$\int_{\alpha}^{\beta} (\beta - x)(x - \alpha) dx = \frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$

を示せ.

- (3) p が (1) で求めた範囲を動くとき, 曲線 C_1, C_2 によって囲まれた図形の面積 $S(p)$ の最大値を求めよ.