

2012年第3問

3 区間 $1 \leq x \leq 4$ で定められた関数 $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$, $g(x) = \sqrt{x \log \frac{4}{x}}$ について、次の問い合わせに答えよ。
ただし対数は自然対数とする。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = 1$ で囲まれた部分を、 x 軸の周りに 1 回転させてできる回転体の体積 V を求めよ。
- (2) 区間 $1 \leq x \leq 4$ において $\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 \geq 0$ が成り立つことを示せ。
- (3) 2つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ と直線 $x = 1$ で囲まれた部分を D とおく。 D を x 軸の周りに 1 回転させてできる回転体の体積 W を求めよ。