



2010年工学部・生命環境（生命工）第6問

6 行列 $A = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ と点 $O(0, 0)$, 点 $X_0(1, 0)$ がある. 行列 A で表される移動によって点 X_0 は点 X_1 へ移り, 行列 A^2 で表される移動によって点 X_0 は点 X_2 へ移るものとする. 以下同様に正の整数 n について, 行列 A^n で表される移動によって点 X_0 は点 X_n へ移るものとする.

- (1) 行列 A は, $\alpha > 0$ と $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を使って $A = \alpha \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ と変形できる. α と θ の値を求めよ.
- (2) $\triangle OX_0X_1$ の面積 S_1 を求めよ.
- (3) 四角形 $OX_0X_1X_2$ の面積 S_2 を求めよ.
- (4) $1 \leq n < 12$ とする. 線分 $OX_0, X_0X_1, \dots, X_{n-1}X_n, X_nO$ で囲まれる部分の面積 S_n を n を使って表せ.