

2013年第14問

 数理
石井K

14 3点A(1, 4), B(-2, 1), C(4, 2)を頂点とする三角形ABCの外心の座標を(p, q)としたとき, $10(p-q)$ の値を求めよ.

線分ABの垂直二等分線は, ABの傾きが $\frac{4-1}{1-(-2)} = 1$ より

$$y = -\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2} \quad \therefore y = -x + 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

線分BCの垂直二等分線は, BCの傾きが $\frac{1-2}{-2-4} = \frac{1}{6}$ より

$$y = -6\left(x-1\right) + \frac{3}{2} \quad \therefore y = -6x + \frac{15}{2} \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②の交点が外心なので

$$-x + 2 + 6x - \frac{15}{2} = 0 \quad \therefore 5x = \frac{11}{2} \quad \therefore x = \frac{11}{10}$$

$$\text{このとき } y = -\frac{11}{10} + 2 = \frac{9}{10}$$

$$\therefore \text{外心} \left(\frac{11}{10}, \frac{9}{10} \right)$$

$$\therefore p - q = \frac{1}{5} \quad \therefore 10(p - q) = \underline{\underline{2}}$$