大阪府立大学

2011年 理系 第4問

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ．

(1) 自然数 n に対して，$s_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k}$ とする．このとき数学的帰納法により，

$$s_n = \frac{2^{n+1} - n - 2}{2^n}$$

であることを示せ．

(2) $a_1 = 0$，$a_2 = 1$ とし，自然数 n に対して，$a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = n + 1$ を満たす数列 $\{a_n\}$ について以下の問いに答えよ．

(i) $b_n = a_{n+1} - a_n$ とするとき，数列 $\{b_n\}$ が満たす漸化式を求めよ．

(ii) b_n を (1) で与えた s_n を用いて表せ．

(iii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ．