

2015年教育第3問

3 平面上に長さ1のベクトル \vec{n} がある。また、 a は $a > 1$ をみたす定数とする。平面上のベクトル \vec{x} に対して、ベクトル \vec{y} を

$$\vec{y} = \vec{x} - a(\vec{x} \cdot \vec{n})\vec{n}$$

により定める。ただし、 $\vec{x} \cdot \vec{n}$ はベクトルの内積を意味し、 $a(\vec{x} \cdot \vec{n})$ はその a 倍の実数を表している。

- (1) すべてのベクトル \vec{x} に対して $|\vec{x}| = |\vec{y}|$ が成り立つための必要十分条件は、 $a = 2$ であることを示せ。
- (2) $\vec{x} \neq \vec{0}$ とする。 \vec{x} と \vec{n} のなす角を θ とし、 \vec{y} と \vec{n} のなす角を ϕ とする。このとき、 a と $\cos \theta$ を用いて $\cos \phi$ を表せ。