



2018年理学部（数理）第4問

4 曲線  $y = \log x$  ( $x > 0$ ) を  $C$  とする.  $a > 1$  とし, 点  $(1, 0)$  における曲線  $C$  の接線を  $L_1$ , 点  $A(a, \log a)$  における曲線  $C$  の接線を  $L_a$  とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) 不定積分  $\int (\log x)^2 dx$  を求めよ.

(2) 直線  $L_a$  の方程式および直線  $L_1$  と直線  $L_a$  の交点の  $x$  座標を求めよ.

(3) 2直線  $L_1, L_a$  と曲線  $C$  で囲まれた図形の面積を  $S(a)$  とするとき, 極限值  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{S(a)}{a}$  を求めよ. ただし,

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{(\log a)^k}{a} = 0 \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \text{ を用いてよい.}$$

(4) 2直線  $L_1, L_a$  と曲線  $C$  で囲まれた図形を  $x$  軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を  $V(a)$  とするとき, 極限值  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{V(a)}{a \log a}$  を求めよ. ただし,  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{(\log a)^k}{a} = 0$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) を用いてよい.