0002204635977999

# 愛知教育大学

2016年 第5問

数理 石井K

5 すべての自然数 $n$ について，$3^{3n+1}+7^{2n-1}$ は11の倍数である．このことを，数学的帰納法を用いて示せ．

数学的帰納法で示す

(i) $n=1$ のとき

$3^4+7^1=88=8\times 11$

$\therefore$ 11の倍数となり，$n=1$ のとき成り立つ

(ii) $n=k$ のとき成り立つと仮定すると，

$3^{3k+1}+7^{2k-1}$ は11の倍数

よって，$3^{3k+1}+7^{2k-1}=11m$ ($m$：整数) とおく

このとき，

$$
\begin{aligned}
3^{3(k+1)+1}+7^{2(k+1)-1} &= 27\cdot 3^{3k+1}+49\cdot 7^{2k-1}\\
&= 27(3^{3k+1}+7^{2k-1})+22\cdot 7^{2k-1}\\
&= 27\cdot 11m+22\cdot 7^{2k-1}\\
&= 11(27m+2\cdot 7^{2k-1})
\end{aligned}
$$

よって，これは11の倍数であるから，$n=k+1$ のときも成り立つ

(i)，(ii) より，すべての自然数 $n$ について，$3^{3n+1}+7^{2n-1}$ は11の倍数である ▨