

2015年第3問

3  $xy$  平面上の曲線  $C_1: y = x^2$  を考える.  $C_1$  上に異なる2点  $A(a, a^2)$ ,  $B(b, b^2)$  をとり, 点  $A$  における  $C_1$  の接線と点  $B$  における  $C_1$  の接線の交点を  $P$  とする. ただし,  $a < b$  とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 点  $P$  の座標を  $a, b$  を用いて表せ.
- (2)  $\vec{PA}$  と  $\vec{PB}$  の内積  $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$  を  $a, b$  を用いて表せ.
- (3) (1) で求めた点  $P$  が,  $xy$  平面上の曲線  $C_2: y = x^2 - x$  ( $0 < x < 1$ ) 上にあるとする. このとき, (1) で求めた点  $P$  の  $x$  座標を  $s$  とおき, (2) で求めた内積を  $s$  で表せ.
- (4) 内積  $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$  を最大にする  $C_2$  上の点  $P$  の座標を求めよ.

\* (2)~(4)については, 必答範囲外からの出題のため, 技術・情報科学の受験者全員に対し, 正解とする.