

2017年第2問

2 自然数  $n$  に対して、 $a_n = 1^5 + 2^5 + \dots + n^5$ 、 $b_n = 1^7 + 2^7 + \dots + n^7$  と定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $k^4((k+1)^4 - (k-1)^4) = sk^7 + tk^5$  が  $k$  についての恒等式となるように定数  $s$ 、 $t$  の値を定めよ。
- (2) (1) の結果を用いて、数学的帰納法により、 $8(a_n + b_n) = n^4(n+1)^4$  を示せ。