

2013年第6問

6 $f(x) = \frac{6x^2 + 4x + 1}{(x+1)(2x^2+1)}$ とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) 等式 $f(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{2x^2+1}$ が x についての恒等式となるように、定数 a, b, c の値を求めよ。
 (2) 定積分 $\int_0^1 f(x) dx$ を求めよ。

$$(1) \text{ (右辺)} = \frac{a(2x^2+1) + (x+1)(bx+c)}{(x+1)(2x^2+1)} = \frac{(2a+b)x^2 + (b+c)x + a+c}{(x+1)(2x^2+1)}$$

$$\therefore 2a+b=6, \quad b+c=4, \quad a+c=1$$

$$\text{これを解くと。} \quad \underline{a=1, b=4, c=0} \quad "$$

$$\begin{aligned} (2) \int_0^1 f(x) dx &= \int_0^1 \frac{1}{x+1} + \frac{4x}{2x^2+1} dx \\ &= \left[\log|x+1| + \log|2x^2+1| \right]_0^1 \\ &= \log 2 + \log 3 \\ &= \underline{\log 6} \quad " \end{aligned}$$