

2013年理系第5問

5 区間 $-\infty < x < \infty$ で定義された連続関数 $f(x)$ に対して

$$F(x) = \int_0^{2x} t f(2x - t) dt$$

とおく.

- (1) $F\left(\frac{x}{2}\right) = \int_0^x (x - s)f(s) ds$ となることを示せ.
- (2) 2次導関数 F'' を f で表せ.
- (3) F が3次多項式で $F(1) = f(1) = 1$ となるとき, f と F を求めよ.