

2013年 情報工学部 第3問

3 行列  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$  について、以下の問いに答えよ。

(1) 連立1次方程式  $\begin{cases} 3x + 4y = kx \\ x + 6y = ky \end{cases}$  が  $x = y = 0$  以外の解をもつような実数  $k$  の値を2つ求めよ。

(2) (1) で求めた  $k$  の値を  $a, b$  ( $a < b$ ) とし、 $B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$  とする。実数  $s, t$  に対し、行列  $P = \begin{pmatrix} s & t \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  が  $AP = PB$  を満たすとき、実数  $s, t$  の値を求めよ。

(3) (2) で定めた行列  $B$  について、 $B^n$  (ただし、 $n$  は自然数) を推測し、その推測が正しいことを数学的帰納法で証明せよ。

(4)  $A^n$  を求めよ。ただし、 $n$  は自然数とする。