0001981368108999

# 新潟大学

2015年第4問

$\boxed{4}$ 数列 $\{a_n\}$ を次の条件(i)および(ii)をみたすように定める.

(i) $a_1=0$, $a_2=3$

(ii) 3以上の自然数 $n$ に対して，第 $(n-1)$ 項 $a_{n-1}$ の値が初項 $a_1$ から第 $(n-2)$ 項 $a_{n-2}$ までのどの項の値とも等しくないときは $a_n=a_{n-1}-1$ であり，第 $(n-1)$ 項 $a_{n-1}$ の値が初項 $a_1$ から第 $(n-2)$ 項 $a_{n-2}$ までのどれかの項の値と等しいときは $a_n=a_{n-1}+6$ である.

次の問いに答えよ.

(1) 数列 $\{a_n\}$ の第3項から第10項までの各項の値を求めよ.

(2) 数列 $\{a_n\}$ の第2015項の値を求めよ.

(3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第201項までの和を求めよ.

(1) $\underline{a_3=a_2-1=2,\ a_4=a_3-1=1,\ a_5=a_4-1=0,\ a_6=a_5+6=6,}$ //

$\underline{a_7=a_6-1=5,\ a_8=a_7-1=4,\ a_9=a_8-1=3,\ a_{10}=a_9+6=9}$ //

(2) $a_{11}$ 以降も求めると，$a_{11}=8,\ a_{12}=7,\ a_{13}=6,\ a_{14}=12,\ a_{15}=11,$

$a_{16}=10,\ a_{17}=9,\ a_{18}=15,\ a_{19}=14,\ a_{20}=13,$

$a_{21}=12,\ a_{22}=18,\ a_{23}=17,\ a_{24}=16$

となり，$a_{4k+2}=3(k+1),\ a_{4k+3}=3k+2,\ a_{4k+4}=3k+1,\ a_{4k+5}=3k\quad(k\geqq 0)$

となる. $\therefore\ a_{2015}=a_{4\cdot 503+3}=3\cdot 503+2=\underline{1511}$ //

(3) 求める和を $S_{201}$ とおくと，

$$S_{201}=\left\{\sum_{k=0}^{49}(a_{4k+2}+a_{4k+3}+a_{4k+4}+a_{4k+5})\right\}+a_1$$

$$=\sum_{k=0}^{49}(3k+3+3k+2+3k+1+3k)+0$$

$$=\sum_{k=0}^{49}12k+6$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 49\cdot 50+6\cdot 49+6$$

$$=\underline{15000}$$ //