

2012年 初等教育 第3問

3  $a, b$  を実数とし,

$$S = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

とする. 2次正方行列  $N$  が  $N^2 = O, SN = NS$  をみたすとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $a = b$  または  $N = O$  であることを示せ.  
(2)  $n$  は 2 以上の自然数とする. このとき,

$$(S + N)^n = S^n + nS^{n-1}N$$

が成り立つことを示せ.

- (3)  $n$  は 2 以上の自然数とする. このとき,

$$(S + SN + N)^n = S^n + nS^nN + nS^{n-1}N$$

が成り立つことを示せ.

- (4)  $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  のとき, 2 以上の自然数  $n$  に対して,  $(S + SN + N)^n$  を求めよ.