



2012年第2問

2 $\triangle OAB$ において、 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ とする。辺OAを1:3に内分する点をCとし、辺OBを4:1に内分する点をDとする。線分ADと線分BCの交点をEとする。このとき、以下の空欄をうめよ。

- (1) $AE:ED = s:(1-s)$ とおくとき、 \vec{OE} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 s を用いて表すと、 $\vec{OE} = \boxed{}$ である。
 (2) $BE:EC = t:(1-t)$ とおくとき、 \vec{OE} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 t を用いて表すと、 $\vec{OE} = \boxed{}$ である。
 (3) (1)と(2)を比較して s 、 t を求め、 \vec{OE} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表すと、 $\vec{OE} = \boxed{}$ である。

$$\begin{aligned} (1) \vec{OE} &= (1-s)\vec{OA} + s\vec{OD} \\ &= (1-s)\vec{a} + s \cdot \left(\frac{4}{5}\vec{b}\right) \\ &= \underline{(1-s)\vec{a} + \frac{4}{5}s\vec{b}} \quad // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \vec{OE} &= t\vec{OC} + (1-t)\vec{OB} \\ &= t\left(\frac{1}{4}\vec{a}\right) + (1-t)\vec{b} \\ &= \underline{\frac{1}{4}t\vec{a} + (1-t)\vec{b}} \quad // \end{aligned}$$

(3) (1)と(2)より、 \vec{a} と \vec{b} が一次独立であるから、

$$\begin{cases} 1-s = \frac{1}{4}t & \dots \textcircled{1} \\ \frac{4}{5}s = 1-t & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②より、 $t = 1 - \frac{4}{5}s$ を①に代入して、 $1-s = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{4}{5}s\right)$

$$\therefore \frac{4}{5}s = \frac{3}{4} \quad \therefore s = \frac{15}{16}, \quad t = 1 - \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \underline{\vec{OE} = \frac{1}{16}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}} \quad //$$

