



2012年第2問

- 2 $\triangle OAB$ において、 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とする。辺 OA を $1:3$ に内分する点を C とし、辺 OB を $4:1$ に内分する点を D とする。線分 AD と線分 BC の交点を E とする。このとき、以下の空欄をうめよ。

(1) $AE : ED = s : (1-s)$ とおくとき、 \vec{OE} を \vec{a} , \vec{b} , s を用いて表すと、 $\vec{OE} = \boxed{}$ である。

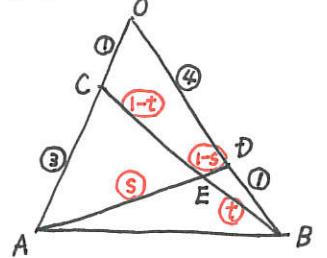
(2) $BE : EC = t : (1-t)$ とおくとき、 \vec{OE} を \vec{a} , \vec{b} , t を用いて表すと、 $\vec{OE} = \boxed{}$ である。

(3) (1)と(2)を比較して s , t を求め、 \vec{OE} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表すと、 $\vec{OE} = \boxed{}$ である。

$$\begin{aligned}(1) \quad \vec{OE} &= (1-s)\vec{OA} + s\vec{OD} \\ &= (1-s)\vec{a} + s \cdot \left(\frac{4}{5}\vec{b}\right) \\ &= (1-s)\vec{a} + \frac{4}{5}s\vec{b}\end{aligned}\quad //$$

$$(1-s)\vec{a} + \frac{4}{5}s\vec{b}$$

$$\frac{1}{4}t\vec{a} + (1-t)\vec{b}$$



$$\begin{aligned}(2) \quad \vec{OE} &= t\vec{OC} + (1-t)\vec{OB} \\ &= t \cdot \left(\frac{1}{4}\vec{a}\right) + (1-t)\vec{b} \\ &= \frac{1}{4}t\vec{a} + (1-t)\vec{b}\end{aligned}\quad //$$

(3) (1)と(2)より、 \vec{a} と \vec{b} が一次独立であるから。

$$\begin{cases} 1-s = \frac{1}{4}t & \cdots ① \\ \frac{4}{5}s = 1-t & \cdots ② \end{cases}$$

②より、 $t = 1 - \frac{4}{5}s$ ①に代入して、 $1-s = \frac{1}{4}(1 - \frac{4}{5}s)$

$$\therefore \frac{4}{5}s = \frac{3}{4} \quad \therefore s = \frac{15}{16}, \quad t = 1 - \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \vec{OE} = \frac{1}{16}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}\quad //$$