2012年第3問

$\boxed{3}$ 数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 S_n が，

$$S_n = n - 2 - a_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

であるとき，以下の空欄をうめよ．

(1) $a_1 = S_1 = \boxed{-\frac{1}{2}}$ であり，$a_2 = S_2 - S_1 = \boxed{\frac{1}{4}}$ である．

(2) a_{n+1} を a_n の式で表すと，$a_{n+1} = \boxed{\quad}$ である．$\frac{1}{2}a_n + \frac{1}{2}$

(3) a_n を n の式で表すと，$a_n = \boxed{\quad}$ である．$-3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1$

(1) $a_1 = S_1 = 1 - 2 - a_1 \quad \therefore 2a_1 = -1$ より $\underline{a_1 = -\frac{1}{2}}$ //

$a_2 = S_2 - S_1 = -a_2 - \left(-\frac{1}{2}\right) \quad \therefore 2a_2 = \frac{1}{2}$ より，$\underline{a_2 = \frac{1}{4}}$ //

(2) 漸化式より，$S_{n+1} = (n+1) - 2 - a_{n+1}$

$\therefore S_{n+1} = n - 1 - a_{n+1} \quad \cdots ①$

$S_n = n - 2 - a_n \quad \cdots ②$

① − ② より，$a_{n+1} = 1 + a_n - a_{n+1} \quad \therefore \underline{a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{1}{2}}$ //

(3) (2) より．$a_{n+1} - 1 = \frac{1}{2}(a_n - 1)$

$\therefore$ 数列 $\{a_n - 1\}$ は 初項 $a_1 - 1 = -\frac{3}{2}$，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列

$\therefore a_n - 1 = -\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$\therefore \underline{a_n = -3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1}$ //