0001367632368999

会津大学

2012年 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 曲線 $C: y=\log x-1$ の接線で原点を通るものを ℓ とする．このとき，以下の空欄をうめよ．

(1) C と x 軸の共有点の座標は $\boxed{}$ である．　$(e, 0)$

(2) C と ℓ の接点の座標は $\boxed{}$ である．　$(e^2, 1)$

(3) C と x 軸および ℓ で囲まれた部分の面積を S とすると，$S=\boxed{}$ である．　$\frac{e^2}{2}-e$

(1) $0=\log x-1$ より，$x=e$　∴ 共有点は $\underline{(e, 0)}$ //

(2) 接点を $(t, \log t-1)$ とおくと，$y'=\frac{1}{x}$ より

接線は，$y=\frac{1}{t}(x-t)+\log t-1$

$$\therefore\ y=\frac{1}{t}x+\log t-2$$

これが原点を通ることより，$0=\log t-2$　∴ $t=e^2$

∴ 接点は $\underline{(e^2, 1)}$ //

(3) $S=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot e^2-\int_e^{e^2}\log x-1\,dx$

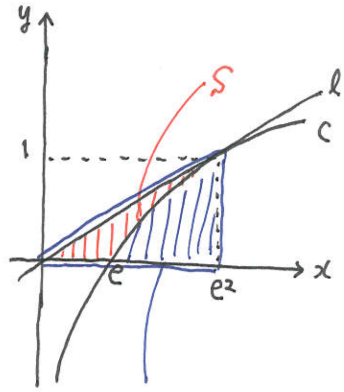
$=\frac{e^2}{2}-\int_e^{e^2}(x)'\log x\,dx+[x]_e^{e^2}$

$=\frac{e^2}{2}-[x\log x]_e^{e^2}+\int_e^{e^2}dx+[x]_e^{e^2}$

$=\frac{e^2}{2}-2e^2+e+2[x]_e^{e^2}$

$=\frac{e^2}{2}-2e^2+e+2e^2-2e$

$=\underline{\frac{e^2}{2}-e}$ //



$S=$ 直角三角形 − 青い部分