



2013年理工第2問

2 直角三角形 ABC があり、 $\angle A = \frac{\pi}{2}$ 、 $\angle B = \theta$ 、 $BC = a$ である。頂点 A から辺 BC に垂線 AP_1 を下ろし、点 P_1 から辺 AB に垂線 P_1Q_1 を下ろす。同様に、点 Q_1 から辺 BC に垂線 Q_1P_2 を下ろし、点 P_2 から辺 AB に垂線 P_2Q_2 を下ろす。この操作を繰り返し、辺 BC 上に点 P_1, P_2, P_3 を、辺 AB 上に点 Q_1, Q_2, Q_3 をそれぞれ定める。また、 AP_1 と CQ_1 の交点を R_1 、 Q_1P_2 と P_1Q_2 の交点を R_2 、 Q_2P_3 と P_2Q_3 の交点を R_3 とする。以下の問いに答えよ。

- (1) AP_1 、 P_1Q_1 の長さを求めよ。
- (2) $\overrightarrow{CR_1}$ を $\overrightarrow{CP_1}$ と \overrightarrow{CA} を用いて表せ。
- (3) $\triangle R_1P_1C$ の面積 S_1 を求めよ。
- (4) $\triangle R_3P_3P_2$ の面積 S_3 を求めよ。