

2011年 海洋科学 第5問

5 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(p + \frac{k}{n}\right)^2$ ($n = 1, 2, \dots$) で定める. ただし, p は実数とする. このとき, 次の間に答えよ.

- (1) すべての実数 p に対して, $a_n \geq \frac{1}{12} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ ($n = 1, 2, \dots$) が成り立つことを示せ.
- (2) $p = \frac{5}{3}$ のとき, $a_n < 5$ となる最小の n の値を求めよ.