

2012年理(数学科)第4問

4 以下では、実数を成分にもつ行列を考える。

(1)  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix}$  とする。

(i)  $a > 0, d \geq 0$  または  $a \geq 0, d > 0$  のとき、 $X^2 = A$  を満たす行列  $X$  を1つ求めよ。(ii)  $a < 0$  または  $d < 0$  のとき、 $X^2 = A$  を満たす行列  $X$  が存在するための必要十分条件を  $a, b, d$  を用いて表せ。また、この条件が成り立つとき、 $X^2 = A$  を満たす行列  $X$  を1つ求めよ。(iii)  $a = d = 0, b \neq 0$  のとき、 $X^2 = A$  を満たす行列  $X$  は存在しないことを示せ。

(2)  $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}, B^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  とする。

(i)  $p + s = 0, ps - qr = 0$  となることを示せ。(ii)  $B \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  のとき、 $X^2 = B$  を満たす行列  $X$  は存在しないことを示せ。