岡山県立大学

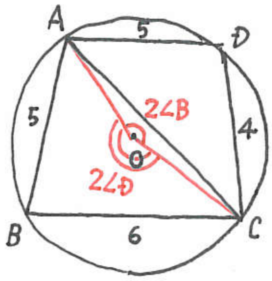
2015年 第1問

$\boxed{1}$ 四角形 ABCD は円に内接し，AB = 5，BC = 6，CD = 4，DA = 5 である．次の問いに答えよ．

(1) $\angle B + \angle D = 180^\circ$ であることを示せ．

(2) AC の長さを求めよ．

(3) 四角形 ABCD の面積を求めよ．



(1) 四角形ABCDの外接円の中心をOとすると．

円周角と中心角の関係から．右のようになるので

$$2\angle B + 2\angle D = 360^\circ$$

$\therefore\ \angle B + \angle D = 180^\circ$ ▨

(2) 余弦定理を △ABC と △ACD に使って

$AC^2 = 5^2 + 6^2 - 2\cdot5\cdot6\cdot\cos\angle B$ $\qquad \therefore\ AC^2 = 61 - 60\cos\angle B \cdots ①$

$AC^2 = 5^2 + 4^2 - 2\cdot5\cdot4\cdot\cos\angle D$

(1)の結果から $AC^2 = 41 - 40\cos(180^\circ - \angle B)$ $\qquad \therefore\ AC^2 = 41 + 40\cos\angle B \cdots ②$

①×2＋②×3 より． $5AC^2 = 245$ $\quad \therefore AC^2 = 49$ $\qquad \therefore\ \underline{AC = 7}$ //

(3) AC = 7 を ① に代入すると． $\cos\angle B = \frac{1}{5}$

$\therefore\ \sin\angle B = \sin\angle D = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

$\therefore$ 求める面積を S とおくと．

$$S = \underbrace{\frac{1}{2}\cdot5\cdot6\cdot\frac{2\sqrt{6}}{5}}_{\triangle ABC} + \underbrace{\frac{1}{2}\cdot4\cdot5\cdot\frac{2\sqrt{6}}{5}}_{\triangle ACD}$$

$= \underline{10\sqrt{6}}$ //