秋田大学

2016年 医学部 第3問

3 $b>0$，$a=2\sqrt{3}b$ とし，原点をOとする座標平面上の楕円 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ を E とする．楕円 E 上の点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の媒介変数表示は $x=a\cos\theta$，$y=b\sin\theta$ $(0\leqq\theta<2\pi)$ で与えられる．次の問いに答えよ．

(1) 点Pで楕円 E と共通の接線をもつ円を考える．このような円のうち，不等式 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}\geqq 1$ の表す領域内にある円を C とする．円 C の半径を $r(\theta)$ とするとき，C の中心を θ と $r(\theta)$ を用いて表せ．

(2) $2d=11b$ とし，4つの頂点が $(d,\ d)$，$(-d,\ d)$，$(-d,\ -d)$，$(d,\ -d)$ である正方形 F を考える．点Pが楕円 E 上を動くとき，(1)の円 C の中心は正方形 F の周上を動くとする．このとき，$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ に対して，C の半径 $r(\theta)$ を求めよ．

(3) (2)の $r(\theta)$ の $0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ における最大値は $\dfrac{5\sqrt{5}}{2}b$ であることを示せ．