



2017年 医学部 第3問

3  $xyz$ 空間に中心が点 $(0, 0, 1)$ 、半径が1の球面 $S$ がある。球面 $S$ 上の点 $N(0, 0, 2)$ と $xy$ 平面上にある点 $P(a, b, 0)$ を結ぶ線分 $NP$ が点 $N$ と異なる点 $Q$ で球面 $S$ と交わる。さらに $xy$ 平面上に2点 $A(2, 0, 0)$ 、 $B\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ をとる。次の問いに答えよ。

- (1)  $a, b$ を用いて点 $Q$ の座標を表せ。
- (2) 点 $P$ は直線 $AB$ 上を動くとする。線分 $NQ$ の長さの最大値とそのときの点 $P$ の座標をそれぞれ求めよ。
- (3) 点 $P$ が直線 $AB$ 上を動くとき、線分 $QP$ の長さは(2)で求めた点 $P$ で最小になることを示せ。