



2016年 医学部 第2問

2 袋Aには白玉3個、黒玉4個、袋Bには白玉3個、黒玉2個が入っている。このとき、次の操作(*)を行う。

(*) はじめに袋Aから1個の玉を取り出して袋Bに入れ、その後よくかき混ぜてから、袋Bから1個の玉を取り出して袋Aに入れる。

次の問いに答えよ。

- (1) 操作(*)のあとで、袋Aから玉を1個取り出すとき、それが白玉である確率を求めよ。
- (2) 操作(*)のあとで、袋Aから玉を1個取り出したら白玉であったという条件のもとで、袋Bの中の白玉が2個である確率を求めよ。
- (3) 操作(*)のあとで、1枚の硬貨を投げて、表が出たら袋Aにだけ白玉を1個入れ、裏が出たら袋Bにだけ白玉1個を入れる。このとき、袋Aから玉を1個取り出したら白玉であったという条件のもとで、白玉が入れられたのは袋Aである確率を求めよ。

(i) (ii) (*)のあと、Aに白玉3個、黒玉4個が入っているとき (Bには白玉3個、黒玉2個)

(*)において、Aから白玉、Bから白玉を取り出す、またはAから黒玉、Bから黒玉を取り出す場合なので

$$\left(\underbrace{\frac{3}{7} \times \frac{4}{6}}_{A,B\text{から白}} + \underbrace{\frac{4}{7} \times \frac{3}{6}}_{A,B\text{から黒}} \right) \times \frac{3}{7} = \frac{12}{49}$$

(ii) (*)のあと、Aに白玉2個、黒玉5個が入っているとき (Bには白玉4個、黒玉1個)

(*)において、Aから白玉、Bから黒玉を取り出す場合なので

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{49}$$

(iii) (*)のあと、Aに白玉4個、黒玉3個が入っているとき (Bには白玉2個、黒玉3個)

(*)において、Aから黒玉、Bから白玉を取り出す場合なので

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{49}$$

$$(i) \sim (iii) \text{ より}, \frac{12}{49} + \frac{2}{49} + \frac{8}{49} = \frac{22}{49}$$

(2) (*)のあと、Aから玉を1個取り出して白玉である確率は (i) より $\frac{22}{49}$

さらに、Bに白玉2個が入っているのは (i) の (iii) より、 $\frac{8}{49}$ ∴ 求める条件付き確率は、 $\frac{\frac{8}{49}}{\frac{22}{49}} = \frac{4}{22} = \frac{2}{11}$

(3) 硬貨が表で白玉を取り出す確率は、 $\left(\frac{3}{7} \times \frac{4}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \right) \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{8} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{8}$

硬貨が裏で白玉を取り出すのは、 $\left(\frac{3}{7} \times \frac{4}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \right) \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} = \frac{29}{112}$

∴ 条件付き確率は、 $\frac{\frac{29}{112}}{\frac{29}{112} + \frac{11}{49}} = \frac{203}{379}$