



2014年教育文化（理数）第3問

3 原点  $O$  を中心とする半径  $1$  の円  $C$  上の点を  $P$  とし、線分  $OP$  と  $x$  軸の正の向きとのなす角を  $\theta$  とする。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  とする。また、 $C$  上の点  $Q$  を、線分  $OQ$  と  $x$  軸の正の向きとのなす角が  $\frac{\theta}{2}$  となる点とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線  $OQ$  と直線  $x = 1$  との交点を  $(1, t)$  とするとき、 $P$  の座標を  $t$  を用いて表せ。
- (2)  $P$  から  $x$  軸におろした垂線の交点を  $H$  とする。△ $OPH$  の三辺の長さの和を  $\theta$  で表す関数を  $r(\theta)$  とするとき、関数  $y = \frac{1}{r(\theta)}$  のグラフをかけ。ただし、横軸に  $\theta$ 、縦軸に  $y$  をとるものとする。
- (3) 定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{r(\theta)} d\theta$  を求めよ。