0001854365418999

秋田大学

2014年第2問

$\boxed{2}$ 条件 $a_1=0$，$a_{n+1}=4a_n+3$（$n=1$，2，3，…）によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある．関数 $f_n(x)$ と $g(x)$ が

$$f_n(x)=a_nx^2+a_n+1$$

$$g(x)=x^3+3x^2-9x+4$$

特性方程式（メモ）
$\alpha=4\alpha+3$
$\therefore\ \alpha=-1$

で定義されるとき，次の問いに答えよ．

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．また，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k$ を求めよ．

(2) 関数 $y=|f_2(x)-g(x)|$ のグラフをかけ．また，$-3\leqq x\leqq 3$ の範囲で y の値の最大値とそのときの x の値を求めよ．

(1) $a_{n+1}+1=4(a_n+1)$ より

数列 $\{a_n+1\}$ は初項 $a_1+1=1$，公比 4 の等比数列

$\therefore\ a_n+1=4^{n-1}$　　$\therefore\ \underline{a_n=4^{n-1}-1}$ //

$$\sum_{k=1}^{n}(4^{k-1}-1)=\frac{1-4^n}{1-4}-n$$

$$=\underline{\frac{4^n-1-3n}{3}}\ //$$

(2) $f_2(x)=a_2x^2+a_2+1$

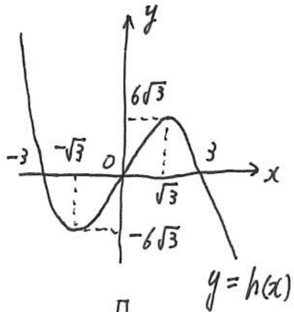
$=3x^2+4$

$\therefore\ \underbrace{f_2(x)-g(x)}_{h(x)\text{とおく}}=-x^3+9x$

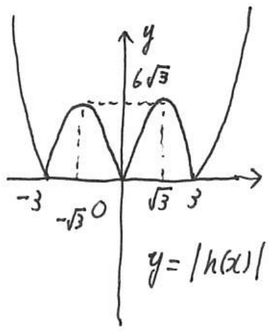
$\therefore\ \{f_2(x)-g(x)\}'=-3x^2+9$

$\therefore\ \{f_2(x)-g(x)\}'=0$ となるのは $x=\pm\sqrt{3}$ のとき

x	$\cdots$	$-\sqrt{3}$	$\cdots$	$\sqrt{3}$	$\cdots$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$h(x)$	$\searrow$	$-6\sqrt{3}$	$\nearrow$	$6\sqrt{3}$	$\searrow$
		極小		極大	



⇓



よって右図のようになる

また，$-3\leqq x\leqq 3$ での y の最大値は

$\underline{6\sqrt{3}\ (x=\pm\sqrt{3}\ のとき)}$ //