



2014 年 理学部（数）第 3 問

3 p を $0 < p < \frac{1}{6}$ を満たす実数とする．次のように数列 $\{a_n\}$ を帰納的に定義する． $a_1 = 0$ とし，第 n 項 a_n を用いた関数

$$f_n(x) = 2x^3 - 3px^2 + 6a_nx - 1$$

が極大値と極小値をもつならば，第 $n+1$ 項 a_{n+1} を $f_n(x)$ の極大値と極小値の和により定める．そうでないならば， $a_{n+1} = 0$ と定める．このとき，次の問いに答えよ．

- (1) $f_1(x)$ が極大値と極小値をもつことを示し， a_2 を p を用いて表せ．
- (2) k を自然数とする．関数 $f_k(x)$ が極大値と極小値をもつならば，関数 $f_{k+1}(x)$ も極大値と極小値をもつことを示せ．
- (3) a_{n+1} と a_n の関係式を p を用いて表せ．
- (4) 一般項 a_n を p を用いて表せ．