



2013年工学部第3問

3 関数  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$  ( $x \geq 0$ ) の逆関数を  $f^{-1}(x)$  とする.  $xy$  平面上に 2 曲線  $C_1: y = f(x)$  と  $C_2: y = f^{-1}(x)$  がある. 次の問いに答えよ.

(1) 2 曲線  $C_1, C_2$  で囲まれた図形の面積を求めよ.

(2)  $a \geq 2$  とする. 曲線  $C_1$  上の点  $A\left(a, \frac{a^2}{2}\right)$  における接線を  $l_1$ , 曲線  $C_2$  上の点  $B\left(\frac{a^2}{2}, a\right)$  における接線を  $l_2$  とし, 2 直線  $l_1, l_2$  のなす角を  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) とする.

(i)  $\tan \theta$  を  $a$  の式で表せ.

(ii)  $\lim_{a \rightarrow \infty} \sin^2 \theta$  を求めよ.