

2015年医学部第1問

1 数列  $\{a_n\}$  は初項  $a_1 = \frac{1}{3}$  および漸化式

$$(n+2)a_n - 2(n+1)a_{n+1} + (n+1)a_n a_{n+1} = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たす。以下の問いに答えよ。

- (1)  $a_2$  を求めよ。
- (2) すべての自然数  $n$  について  $a_n \neq 0$  が成り立つことを証明せよ。
- (3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。
- (4)  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$  とする。このとき、すべての自然数  $n$  について  $S_n < 2$  が成り立つことを証明せよ。