



2011年 理学部・工学部 第3問

3 単位行列 E と行列 $A = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $A^2 = pE + qA$ となる実数 p, q の値を求めよ。
(2) 自然数 n に対して、関係式

$$E + A + A^2 + \cdots + A^{2n-1} + A^{2n} = x_n E + y_n A$$

をみたす実数 x_n, y_n を、 n を用いて表せ。

- (3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ を求めよ。
(4) 実数 x, y をそれぞれ $x = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n, y = \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ で定めるとき

$$xE + yA = (E - A)^{-1}$$

であることを示せ。