

2017年理系第2問

2 三角柱の形の鉛筆があり、各側面を P, Q, R とする。この鉛筆を転がす試行を考える。このとき、側面 P, Q, R が下になって止まる確率をそれぞれ $p, q, 1-p-q$ とする。ただし、 $0 < p < 1, 0 < q < 1, 0 < p+q < 1$ である。

- (1) この試行を 2 回行うとき、2 回とも同じ側面が下になって止まる確率を求めなさい。
 (2) この試行を 4 回行うとき、少なくとも 1 回は側面 P が下になって止まる確率を求めなさい。
 (3) この試行を 3 回行うとき、3 回とも異なる側面が下になって止まる確率を求めなさい。
 (4) $q = \frac{1}{2}$ のとき、(3) の確率の最大値と、そのときの p の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & \begin{array}{ccc} \text{2回とも} & \text{2回とも} & \text{2回とも} \\ P\text{が下} & Q\text{が下} & R\text{が下} \end{array} \\ \text{(確率)} &= p^2 + q^2 + (1-p-q)^2 \\ &= \underline{\underline{2p^2 + 2q^2 + 2pq - 2p - 2q + 1}} \quad \# \end{aligned}$$

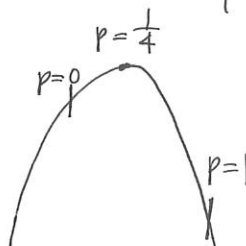
$$\begin{aligned} (2) \quad & \begin{array}{c} \text{全体} \\ \text{4回とも} \\ Q\text{か}R\text{が下} \end{array} \\ \text{(確率)} &= 1 - (1-p)^4 \\ &= -p^4 + 4p^3 - 6p^2 + 4p \\ &= \underline{\underline{-p(p-2)(p^2-2p+2)}} \quad \# \end{aligned}$$

(3) 3 回のうち、(P が下、 Q が下、 R が下) の 3 種類の並べかえは
 $3! = 6$ 通り

$$\begin{aligned} \text{(確率)} &= 6 \times pq(1-p-q) \\ &= \underline{\underline{6pq(1-p-q)}} \quad \# \end{aligned}$$

(4) $q = \frac{1}{2}$ のとき、

$$\begin{aligned} & 6pq(1-p-q) \\ &= -3p^2 + \frac{3}{2}p \\ &= -3 \left\{ \left(p - \frac{1}{4} \right)^2 - \frac{1}{16} \right\} \end{aligned}$$



$0 < p < 1$ の範囲で
 確率の最大値は

$$\begin{aligned} & p = \frac{1}{4} \text{ のとき} \\ & \text{最大値} \quad \underline{\underline{\frac{3}{16}}} \quad \# \end{aligned}$$