



2014年教育・生物資源第4問

数理
石井K

4 関数 $f(x) = \sin\left(\frac{3}{2}x\right) + \frac{3}{4}x$ と $g(x) = \frac{3}{4}x$ について、以下の問いに答えよ。ただし、 $0 \leq x \leq \pi$ とする。

- (1) $y = f(x)$ の増減を調べ、そのグラフをかけ。
 (2) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフの共有点を求めよ。
 (3) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフで囲まれた図形の面積を求めよ。

x	0	...	$\frac{4}{9}\pi$...	$\frac{8}{9}\pi$...	π
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	↑		↓		↑	

$$\begin{aligned} (1) f'(x) &= \frac{3}{2} \cos\left(\frac{3}{2}x\right) + \frac{3}{4} \\ &= \frac{3}{2} \left\{ \cos\left(\frac{3}{2}x\right) + \frac{1}{2} \right\} \end{aligned}$$

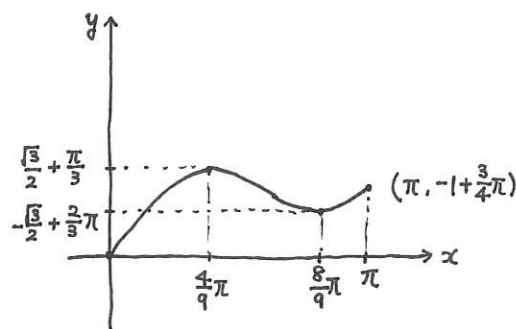
$\therefore 0 \leq x \leq \pi$ より、 $0 \leq \frac{3}{2}x \leq \frac{3}{2}\pi$ なので、

$$f'(x) = 0 \text{ となるのは、} \frac{3}{2}x = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$$

$$\text{すなわち、} x = \frac{4}{9}\pi, \frac{8}{9}\pi$$

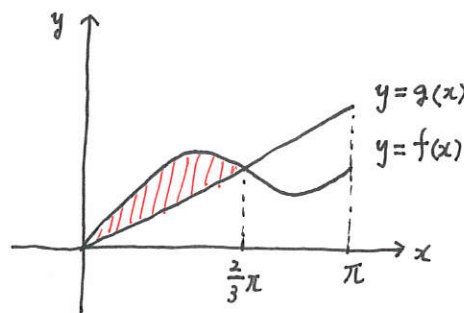
$$f\left(\frac{4}{9}\pi\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}, \quad f\left(\frac{8}{9}\pi\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{3}\pi, \quad f(\pi) = -1 + \frac{3}{4}\pi$$

\therefore 右のグラフになる。



$$(2) f(x) - g(x) = \sin\left(\frac{3}{2}x\right) = 0 \text{ より、}$$

$$x = 0, \frac{2}{3}\pi \quad \therefore \text{共有点は } (0, 0), \left(\frac{2}{3}\pi, \frac{\pi}{2}\right) //$$



(3) (1)(2)より右のグラフのようになり、

求める面積を S とおくと、

$$S = \int_0^{\frac{2}{3}\pi} f(x) - g(x) dx$$

$$= \int_0^{\frac{2}{3}\pi} \sin\left(\frac{3}{2}x\right) dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3} \cos\left(\frac{3}{2}x\right) \right]_0^{\frac{2}{3}\pi}$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{4}{3} //$$