

2016年第4問

4  $xy$  平面上の2つの曲線

$$C_1 : y = \log x + 2 \quad (x > 0)$$

$$C_2 : y = -\log x \quad (x > 0)$$

を考える. 正の実数  $p, q$  について, 点  $P(p, \log p + 2)$  における  $C_1$  の接線を  $l_1$  とし, 点  $Q(q, -\log q)$  における  $C_2$  の接線を  $l_2$  とする. また,  $l_1$  と  $l_2$  は垂直であるとする. ただし, 対数は自然対数とする. 次の問いに答えよ.

- (1)  $q$  を  $p$  を用いて表せ.
- (2)  $l_2$  の方程式を  $p$  を用いて表せ.
- (3)  $l_1$  と  $l_2$  の交点を  $R$  とする.  $\angle RPQ = \frac{\pi}{3}$  であるとき, 線分  $PQ$ , 曲線  $C_1$  および曲線  $C_2$  で囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ.