



2010年 医学部 第3問

3  $\log x$  は  $x$  の自然対数であり、自然対数の底  $e$  の値は  $2.718\cdots$  である。  $f_0(x) = 1$  とし、自然数  $n$  に対して  $f_n(x) = (\log x)^n$  とする。次の問いに答えよ。

- (1) 方程式  $f_n(x) = x$  が異なる3つの実数解をもつときの  $n$  をすべて求めよ。必要ならば、すべての自然数  $n$  に対して  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log x)^n}{x} = 0$  であることを用いてもよい。
- (2)  $a_0 = \int_1^e f_0(x) dx$  とし、  $a_n = \frac{1}{n!} \int_1^e f_n(x) dx$  とする。自然数  $n$  に対して  $a_{n-1}$  と  $a_n$  の関係式を求めよ。
- (3) (2) の関係式を用いて、極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{k!}$  を求めよ。