

2016年学芸(国際関係)第1問


 数理
石井K

1 次の問に答えよ。

$$\begin{aligned}
 (1) \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) &= \sin x \cdot \frac{1}{2} + \cos x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos x \cdot \frac{1}{2} \\
 &\quad + \sin x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= \frac{1+\sqrt{3}}{2} (\sin x + \cos x) \\
 &= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)
 \end{aligned}$$

(1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき,

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

の最大値と最小値を求めよ。

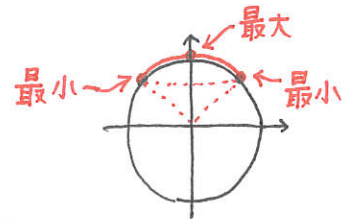
(2) 空間内の2点 $(-2, 5, -1)$, $(2, 1, 3)$ を通る直線の, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$ を同時に満たす部分の長さを求めよ。 \uparrow Aとする。 \uparrow Bとする。 $\vec{AB} = (4, -4, 4) = 4(1, -1, 1)$

(3) TSUDAJUKU という単語に使われている9文字から4文字を選び順列を作る。Uという文字がちょうど2文字含まれる順列は何通りあるか。

(1) のつづき

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ より, } \frac{\pi}{4} \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{3}{4}\pi$$

$$\therefore \text{最大値 } \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} \text{ (} x = \frac{\pi}{4} \text{ のとき), 最小値 } \frac{1+\sqrt{3}}{2} \text{ (} x = 0, \frac{\pi}{2} \text{ のとき)}$$

(2) 直線上の点をPとすると、 \vec{OP} は媒介変数 t により、

$$\vec{OP} = (2, 1, 3) + t(1, -1, 1)$$

$$= (t+2, -t+1, t+3)$$

$$\therefore x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \iff t+2 \geq 0, -t+1 \geq 0, t+3 \geq 0$$

$$\iff -2 \leq t \leq 1$$

$$t = -2 \text{ のとき } P(0, 3, 1), t = 1 \text{ のとき } P(3, 0, 4)$$

$$\therefore \text{線分の長さは } \sqrt{(0-3)^2 + (3-0)^2 + (1-4)^2} = \underline{3\sqrt{3}}$$

(3) 4文字のうち、2文字はUで他の2文字はT, S, D, A, J, Kからえらぶので、

$$\underline{6C_2} \times \underline{\frac{4!}{2!}} = \underline{180 \text{ 通り}}$$

文字の
えらび方

ならび方