



2016年第3問

3 四面体OABCにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。このとき等式

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 1$$

が成り立つとする。  $t$  は実数の定数で、 $0 < t < 1$  を満たすとする。線分OAを  $t:1-t$  に内分する点をPとし、線分BCを  $t:1-t$  に内分する点をQとする。また、線分PQの中点をMとする。

- (1)  $\overrightarrow{OM}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  と  $t$  を用いて表せ。
- (2) 線分OMと線分BMの長さが等しいとき、線分OBの長さを求めよ。
- (3) 4点O、A、B、Cが点Mを中心とする同一球面上にあるとする。このとき、 $\triangle OAB$  と  $\triangle OCB$  は合同であることを示せ。